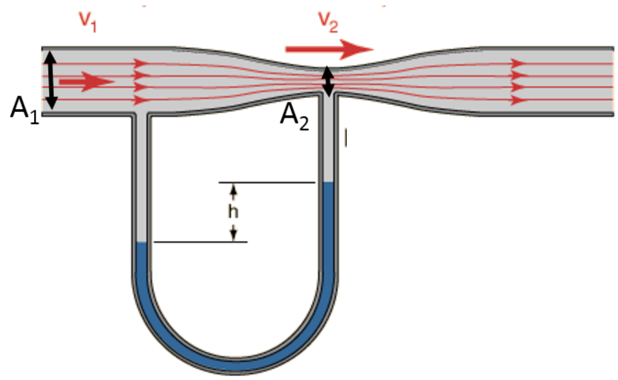
Física III – Turma A1
Teste I

O ar flui pelo tubo mostrado na figura. Suponha que o ar se comporte como um fluido ideal. Considere a aceleração da gravidade e as densidades do ar e do mercúrio (Hg) como dados conhecidos do problema.

a) Quanto valem as velocidades v_1 e v_2, em termos de h, A_1 e A_2?
b) Qual é a vazão no tubo?



Fórmulas:
$(p_2 - p_1) = \rho g\,(y_2 - y_1)$; $vA = R = cte.$; $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = cte.$

Solução

a) No tubo horizontal:
$p_1 + \rho gH + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gH + \frac{1}{2}\rho v_2^2$, onde H é a coordenada de altura, que é igual para os dois pontos. (Chamando de ρ a densidade do ar). Logo,
$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho\,(v_1^2 - v_2^2)$ [1]

Mas $(p_2 - p_1) = \rho_{Hg}\, g\,(y_2 - y_1)$, onde $y_1 - y_2$ nada mais é que a diferença entre as duas alturas no tubo com a coluna de mercúrio, em relação a linha de corrente. Essa é a diferença entre as pressões hidrostáticas de ar nos braços do tubo em U. Logo, $(p_2 - p_1) = -\rho_{Hg}\, gh$. Com isso, podemos reescrever [1] como:
$\rho_{Hg}gh = -\frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$ [2].

Pela equação de continuidade, podemos escrever $v_2 = v_1\,(A_1/A_2)$. Com isso, [2] fica:
$\rho_{Hg}gh = \frac{1}{2}\rho v_1^2\,[1 - (A_1/A_2)^2]$, que, após uma manipulação algébrica simples, resulta em:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\rho_{Hg}gh}{\rho\left[\left({}^{A_1}/_{A_2}\right)^2 - 1\right]}}\,; v_2 = \sqrt{\frac{2\rho_{Hg}gh}{\rho\left[1 - \left({}^{A_2}/_{A_1}\right)^2\right]}}$$

b) A vazão pode ser encontrada multiplicando qualquer uma das velocidades acima pela área no mesmo setor. Por exemplo, $R = A_1\sqrt{\frac{2\rho_{Hg}gh}{\rho\left[\left({}^{A_1}/_{A_2}\right)^2 - 1\right]}}$